ABSTRAK

Invers Moore-Penrose merupakan generalisasi invers matriks yang didefinisi melalui empat kondisi Penrose dan bersifat tunggal, serta dapat ditentukan untuk sembarang matriks, termasuk matriks singular dan tidak persegi. Metode yang umum digunakan untuk menentukannya adalah dekomposisi nilai singular (SVD), tetapi prosesnya cukup rumit dan kurang efektif untuk matriks berukuran besar. Sebagai alternatif, teorema Cayley-Hamilton dapat digunakan tanpa dekomposisi matriks maupun perhitungan nilai eigen. Teorema ini menyediakan langkah-langkah perhitungan yang pasti dan representasi invers yang eksplisit, meskipun untuk matriks berukuran sangat besar tetap terdapat keterbatasan komputasi. Penelitian ini bertujuan menentukan invers Moore-Penrose suatu matriks menggunakan teorema Cayley-Hamilton melalui pendekatan polinomial karakteristik. Pendekatan dilakukan dengan mengonstruksi invers tergeneralisasi $A^{(2)}_{T,S}$, yaitu $\{2\}-$invers dari matriks A dengan ruang kolom T dan ruang null S, kemudian memilih $T = \mathcal{R}(A^*)$ dan $S = \mathcal{N}(A^*)$. Hasil penelitian menunjukkan bahwa jika $A^{(2)}_{T,S}$ ada, maka $k = r(G)$ dan $a_k \neq 0$, sehingga invers Moore-Penrose dapat dinyatakan dalam bentuk polinomial matriks.

Kata kunci: *invers Moore-Penrose, invers tergeneralisasi* $A^{(2)}_{T,S}$, *polinomial karakteristik, teorema Cayley-Hamilton*

ABSTRACT

The Moore-Penrose inverse is a generalization of the matrix inverse that is defined via the four Penrose conditions and is unique; it can be determined for any matrix, including singular and non-square matrices. A commonly used method for determining it is singular value decomposition (SVD), however the process is quite complex and less effective for large matrices. As an alternative, the Cayley-Hamilton theorem can be used without matrix decomposition or eigenvalue calculations. This theorem provides precise computational steps and an explicit representation of the inverse, although computational limitations still exist for very large matrices. This study aims to determine the Moore- Penrose inverse of a matrix using the Cayley-Hamilton theorem through a characteristic polynomial approach. The approach involves constructing the generalized inverse $A^{(2)}_{T,S}$, which is the $\{2\}-$inverse of matrix A with column space T and the null space S, then choosing $T = \mathcal{R}(A^*)$ and $S = \mathcal{N}(A^*)$. The results of the research show that if $A^{(2)}_{(T,S)}$ exists, then $k = r(G)$ and $a_k \neq 0$, so that the Moore-Penrose inverse can be expressed in the form of a matrix polynomial.

Keywords: *Moore-Penrose inverse, generalized inverse $A^{(2)}_{T,S}$, characteristic polynomial, Cayley–Hamilton theorem*